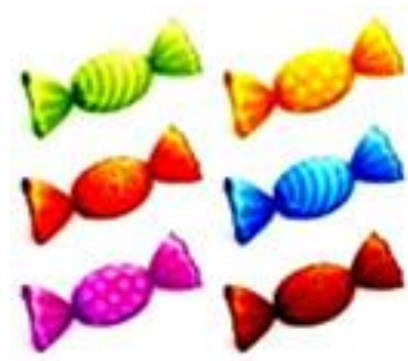


SUB14 - Problema 4

Rebuçados para as amigas...



No dia de S. Valentim, o Daniel levou para a escola um saco com 100 rebuçados. Resolveu distribuí-los pelas suas amigas preferidas, de modo que cada amiga recebeu pelo menos um rebuçado e nenhuma das amigas recebeu o mesmo número de rebuçados que outra.

Qual o maior número de amigas que poderá ter recebido rebuçados?

RESOLUÇÕES
DE
PARTICIPANTES

O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Joana Silva,

ES/3 Padre António Macedo, Santiago do Cacém

Fui buscar números que somados dessem 100.

$$10+20+30+40 = 100 = 4 \text{ raparigas}$$

Depois fui decompondo os números possíveis.

$$8+2+14+6+13+17+18+22 = 100 = 8 \text{ raparigas}$$

$$7+1+2+9+5+6+10+3+13+4+18+8+14 = 100 = 13 \text{ raparigas}$$

R: O maior número de amigas que poderá ter recebido rebuçados é 13.

Paulo Martins,

EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

Resposta: o maior número de amigas que poderá ter recebido rebuçados é 13.

Resolução:

Para resolver este problema, comecei por fazer os seguintes cálculos.

$$1+2=3$$

$$1+2+3 = 6$$

$$1+2+3+4 = 10$$

...

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14=105$$

Depois tirei o 13 e o 14 para ver com quantos iria ficar e fui obter 78.

Depois vi que para os 100 a única hipótese de acordo com as regras do problema era 22, como iria ficar só com 13, tentei ter mais, por isso tirei o 12, o 13 e o 14 e fui obter 66.

Para os 100 teria que somar 12 e 22, iria ter 13 na mesma. De seguida tentei, tirando o 11, e fiquei com 13 melhores amigas na mesma.

Assim vi que $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+22=100$ logo deu rebuçados a 13 melhores amigas.

Francisco Silva

ES/3 Rainha Santa Isabel, Estremoz

Nº de Rebuçados que cada amiga do Daniel recebe														Total de rebuçados	Total de Raparigas
1														1	1
1	2													3	2
1	2	3												6	3
1	2	3	4											10	4
1	2	3	4	5										15	5
1	2	3	4	5	6									21	6
1	2	3	4	5	6	7								27	7
1	2	3	4	5	6	7	8							36	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9						45	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					55	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11				66	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			78	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		91	13
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	105	14

Primeiro, experimentei fazer uma tabela, tentando sempre distribuir, o mínimo de rebuçado por cada amiga, para poder contemplar o maior número de amigas. Ao chegar à 14ª amiga o total de rebuçados excedeu os 100, por isso o máximo de raparigas que podiam receber rebuçados são 13. Tentei distribuir os 100 rebuçados pelas 13 amigas e esta é uma das maneiras de conseguir.

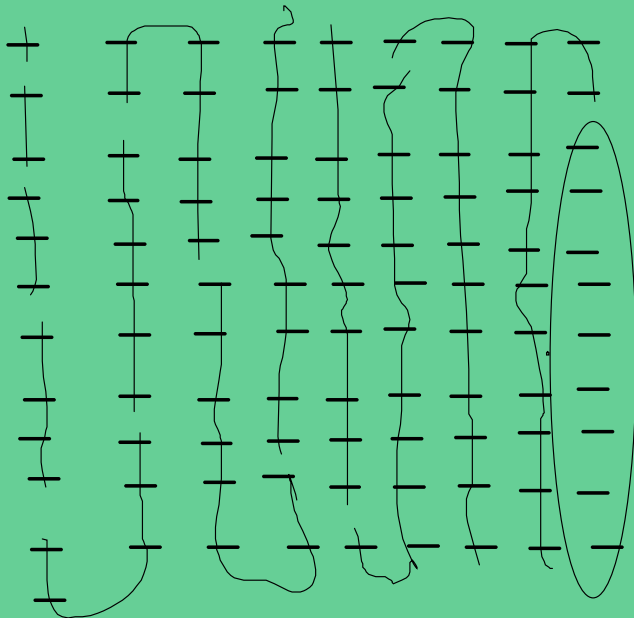
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	22		100	13
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	--	-----	----

R: O maior número de amigas que poderão ter recebido rebuçados são 13.

Maria Inês Conceição,

EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro

No gráfico abaixo, cada traço na horizontal simboliza um reбуçado e as linhas que os juntam simbolizam o que cada amiga do Daniel vai receber. Há um grupo que está agrupado por uma oval que simboliza os que sobram. O problema não diz nada contra o facto de sobrarem reбуçados.



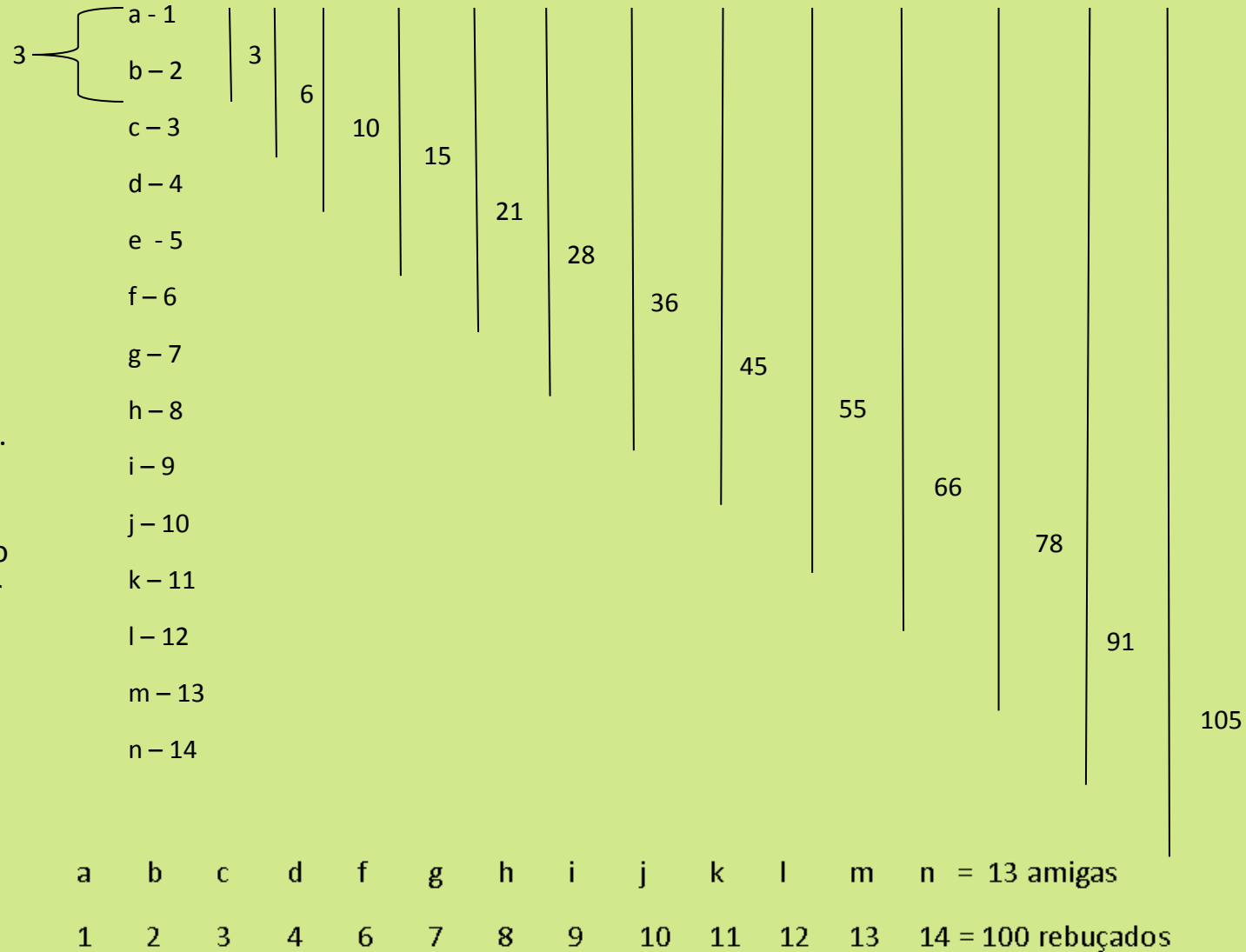
Portanto o Daniel tem no máximo 13 amigas.

Resposta:

O Daniel não pode ter mais de 13 amigas para nenhuma ter o mesmo número de reбуçados do que outra.

EBI/JI de Montenegro, Faro

Como o Daniel vai distribuir os rebuçados pelas amigas, todas recebem um número diferente de rebuçados e queremos dar a um número máximo de amigas, resolvi dar letras às amigas e comecei por dar 1 rebuçado. Então ultrapassei os 100 rebuçados. Por isso vou descontar amigas para que o total seja 5. Podia descontar a amiga “a” e “d” ou “b” e “c”, mas como quero o número máximo de amigas, desconto a amiga “e” pois $105 - 5$ (rebuçados que recebeu a amiga “e”) = 100. Portanto o número máximo de amigas que pode dar os rebuçados é 13.



Mariana Almeida,
EBI/JI de Paderne, Albufeira



O Daniel só tem 100 rebuçados então não pode dar 105, por isso tem que ser tirada uma ou mais amigas para que o total de rebuçados seja 100. Existem duas maneiras de o fazer, tirando a 2ª (2 rebuçados) e 3ª (3 rebuçados) amigas ou tirando a 5ª amiga (5 rebuçados). Como a pergunta é o valor máximo de amigas, eu estou interessada em tirar o menor número de amigas, por isso irei tirar a 5ª amiga, ficando assim com 100 rebuçados.

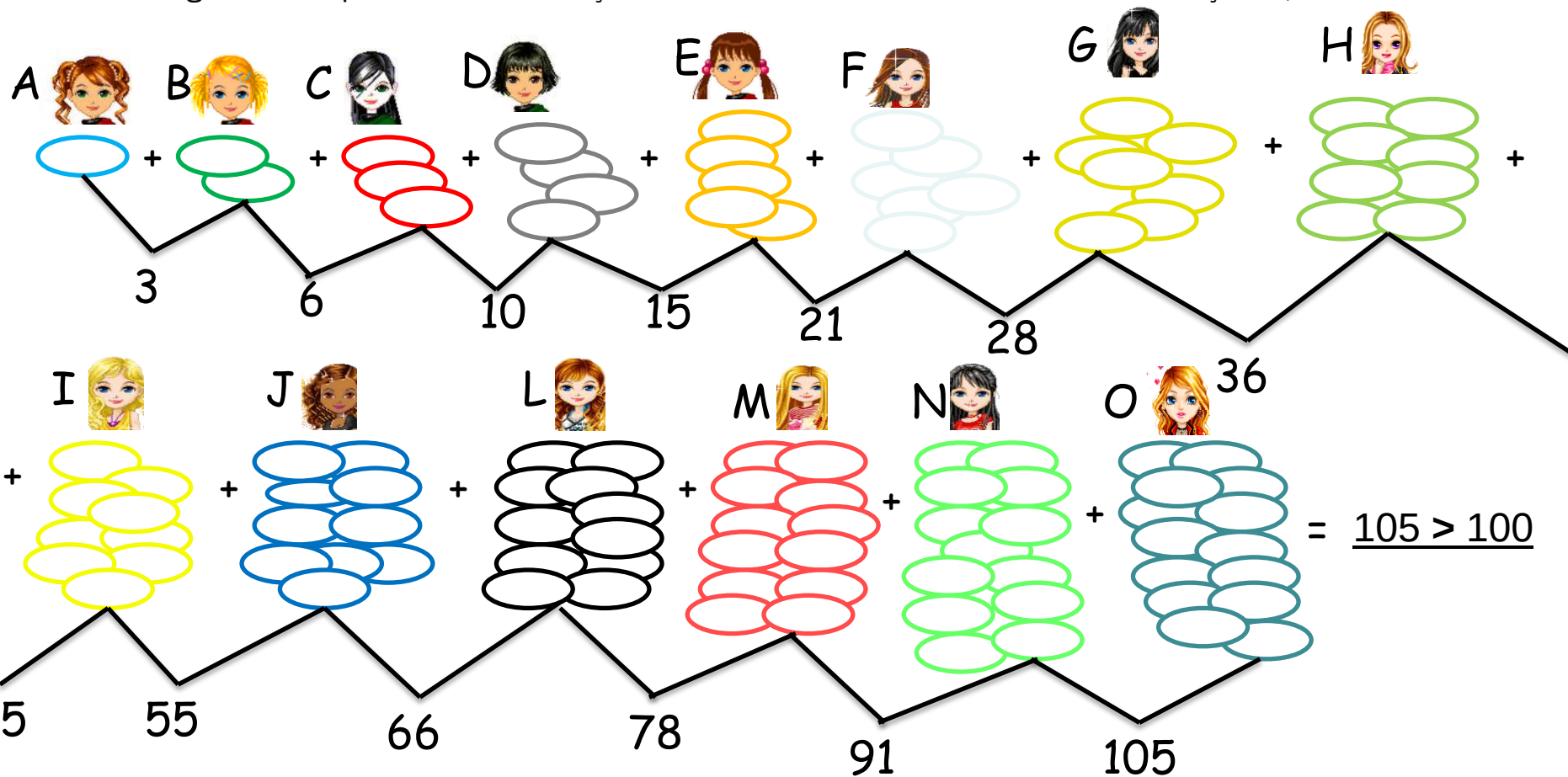
14 amigas – 1 amiga = 13 amigas

R: O número máximo de amigas é 13.

Bárbara Dionísio,

EBI/JI de Paderne, Albufeira

Se cada amiga recebeu pelo menos 1 rebuçado e nenhuma recebeu o mesmo nº de rebuçados, então:



⇒ Visto que o Daniel só tem 100 rebuçados, uma das 14 amigas do esquema não poderá receber rebuçados. Essa amiga será a amiga E, que recebeu 5 rebuçados, pois $105 - 5 = 100$. Assim, o maior número de amigas que poderá receber rebuçados serão 13.

Martim Ventosa,

EB 2,3 Eng. Duarte Pacheco, Loulé

O Daniel, temendo algum fiasco, fez uma distribuição mental antecipada dos rebuçados:

1 para a 1ª, 2 para a 2ª, 3 para a 3ª, 4 para a 4ª, ..., 13 para a 13ª, calculou a soma = $(1+13)/2 \times 13 = 91$.

Ficou alarmado, sobravam 9 rebuçados e faltavam 5 para contemplar a 14ª.

Não podia dar 9 rebuçados à 14ª rapariga porque já tinha dado 9 à 9ª rapariga.

Então, reflectiu um pouco, entretanto as amigas chegavam à escola e ele começou a distribuir os rebuçados como pensara:

1 rebuçado para a 1ª, 2 para a 2ª, 3 para a 3ª, 4 para a 4ª, e aqui mudou a distribuição, 6 para a 5ª, 7 para a 6ª, ..., e 14 para a 13ª e esgotou os rebuçados com esta amiga.

Isto porque entre a 4ª e a 13ª, vai uma diferença de 9, como previra.

Resposta: 13 foi o maior número de amigas que receberam rebuçados e a distribuição dos 100 rebuçados foi exacta.

Alexandre Duarte Correia,

EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

O Daniel levou para a escola 100 rebuçados e que os distribuiu pelas suas amigas preferidas. Nenhuma recebeu o mesmo número de rebuçados e que todas receberam pelo menos um rebuçado. A pergunta que nos fazem é qual o maior número possível de amigas que receberam rebuçados do Daniel.

Uma vez que o Daniel não deu o mesmo número de rebuçados a cada uma das amigas e porque a forma de distribuir por mais amigas é oferecer o menor número possível a cada uma, dadas as condições anteriores, decidi dar 1 rebuçado à 1ª, 2 à 2ª, 3 à 3ª e assim sucessivamente:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$$

Supondo que ele tinha que oferecer todos os rebuçados, não é possível ele ter distribuído desta forma por tão poucas amigas. Vou experimentar com 15 amigas:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15=120$$

Desta forma também não pode ser, pois ele só tinha 100 rebuçados. Vou experimentar com 13 amigas:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13=91$$

Não chega a 100 rebuçados mas fica perto, por isso vou experimentar com 14 amigas:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14=105$$

Se com 13 amigas sobram rebuçados e com 14 amigas ele teria de levar mais rebuçados, a partir de agora teria muitas opções, como por exemplo distribuir todos os rebuçados que sobram pela amiga que recebeu mais, mas vou tentar distribuir os rebuçados pelas 13 amigas, a começar pela que ficou com menos rebuçados, mas infelizmente só sobram 9, por isso só posso distribuir 9 rebuçados:

$$(1+1)+(2+1)+(3+1)+(4+1)+(5+1)+(6+1)+(7+1)+(8+1)+ \\ +(9+1)+10+11+12+13=$$

$$=2+3+4+5+6+7+8+9+10+10+11+12+13=100$$

Supostamente isto estaria certo, mas não nos podemos esquecer que nenhuma das amigas recebeu o mesmo número de rebuçados e neste caso há 2 amigas que recebem 10 rebuçados, por isso vou experimentar começar a distribuir os 9 rebuçados pela amiga que recebeu mais:

$$(13+1)+(12+1)+(11+1)+(10+1)+(9+1)+(8+1)+(7+1)+ \\ +(6+1)+(5+1)+4+3+2+1=$$

$$=14+13+12+11+10+9+8+7+6+4+3+2+1=100$$

Agora sim, ele ofereceu os 100 rebuçados e nenhuma das amigas recebeu o mesmo número de rebuçados.

R: O número máximo de amigas a quem ele ofereceu rebuçados é 13.

Razvan Popescu,

ES/3 D. Manuel I, Beja

Numero de rebuçados entregues	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105
Amigas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Rebucados de cada amiga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

R: O rapaz pode ter 13 amigas.

~
O rapaz só
tinha 100
rebucados
por isso
não pode
dar a 14
amigas.

João Ruivo,

EB 2,3 Dr. José Neves Júnior, Faro

R: O maior número
de amigas será 13.

Total da quantidade de rebuçados	quantidade de rebuçados	Raparigas
1 + 2 =	1	1
3 + 3 =	2	2
6 + 4 =	3	3
10 + 5 =	4	4
15 + 6 =	5	5
21 + 7 =	6	6
28 + 8 =	7	7
36 + 9 =	8	8
45 + 10 =	9	9
55 + 11 =	10	10
66 + 12 =	11	11
78 + 22 (o único que podia ser era o 22) =	12	12
= 100	22	13

*Jéssica Guerreiro, Nelson Custódio e Rafaela Martins,
EBI/JI de Paderne, Albufeira*

Explicação:

Resolução:



1ª Amiga



2ª Amiga



3ª Amiga



4ª Amiga



6ª Amiga



7ª Amiga



8ª Amiga



9ª Amiga



10ª Amiga



11ª Amiga



12ª Amiga



13ª Amiga



14ª Amiga

A verde temos as amigas a quem o Daniel deu rebuçados e dentro de cada rebuçado temos o número destes (rebuçados) que cada amiga recebeu. Ao início tínhamos incluído a 5ª amiga, mas quando efetuámos as contas, vimos que haviam 5 rebuçados a mais, por isso, para ficar o maior número possível de amigas a receber rebuçados, só poderíamos privar uma de receber rebuçados, e privámos a 5ª amiga, assim retirámos a 5ª amiga e os cinco rebuçados respetivos, ficando assim com o número certo de rebuçados, ou seja, 100, tendo também o maior número de amigas a receberem rebuçados, 13 amigas.

$$1+2+3+4+6+7+8+9+10+11+12+13+14 = 100 \text{ rebuçados}$$
$$1^a+2^a+3^a+4^a+6^a+7^a+8^a+9^a+10^a+11^a+12^a+13^a+14^a = 13 \text{ amigas}$$

Resposta:

O maior número de amigas que poderá ter recebido rebuçados são 13 amigas.

Tomás Machado,

ES/3 de Vila Real de Santo António

Resposta: O maior número de amigas que poderá ter recebido rebuçados é de 13 amigas.

JUSTIFICAÇÃO:

Se é o maior número de amigas que se quer alcançar, é obvio que se tem de gastar os 100 rebuçados todos.

Depois quanto mais pequeno for o número de rebuçados que cada amiga irá receber, mais amigas irão receber rebuçados. Por isso, o maior número de amigas seria se cada uma recebesse 1 rebuçado, mas nenhuma das amigas recebeu o mesmo número de rebuçados que a outra, logo temos de ir somando os números mais pequenos sem nunca repetir o mesmo número, por isso: $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12...$

Mas se a seguir ao 12 somássemos 13 iria dar 91 e para dar 100 rebuçados teríamos de somar 9, mas nós já usamos o 9, por isso se não acrescentarmos o 13 mas sim se nos ficarmos pelo 12 vai dar ao todo 78 rebuçados:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12 = 78$$

Tendo já distribuído 78 rebuçados, para dar os 100 falta dar 22 rebuçados. O ideal seria dividir o 22 em 2 para serem mais amigas, mas vai dar 11 e nós já utilizamos o 11, por isso somamos simplesmente os 22 rebuçados que faltam numa só amiga:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+22=100$$

E assim vai dar 100 rebuçados certos e 13 amigas receberam rebuçados sem nenhuma ter recebido o mesmo número de rebuçados que a outra ou seja **13 amigas** é o máximo número de amigas a que o Daniel pode distribuir rebuçados.

David Almeida

ES/3 Padre António Macedo, Santiago do Cacém

Se há 100 rebuçados e quer-se saber o máximo número de amigas que podem ter um número diferente de rebuçados, o método mais fácil será usar números consecutivos começando com o número 1.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$$

Ainda não chega bem...

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 105$$

É demasiado...

Para conseguir 100, precisaria de adicionar 9 aos 91 rebuçados, mas já há uma amiga com 9 rebuçados. Logo, se recuar um passo...

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$$

Agora, teria de adicionar 22. Todas as combinações possíveis onde se divide 22 em dois números fazem com que, no mínimo, um número se repita, logo...

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 22 = 100$$

13 amigas

R.: 13 amigas.

Luís Afonso,

EB 2,3 Padre Coelho Cabanita, Loulé

1ª Amiga

1 rebuçado
Sobram 99



2ª Amiga

2 rebuçados
Sobram 97



3ª Amiga

3 rebuçados
Sobram 94



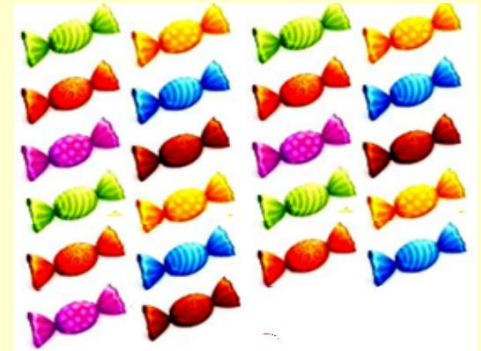
4ª Amiga

4 rebuçados
Sobram 90



13ª Amiga

22 rebuçados
Sobram 0



5ª Amiga

5 rebuçados
Sobram 85



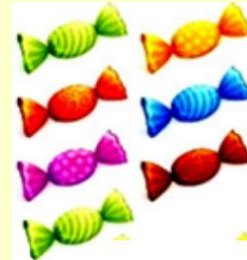
6ª Amiga

6 rebuçados
Sobram 79



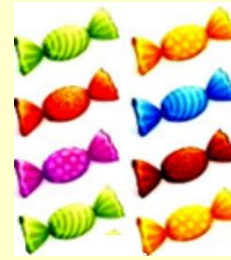
7ª Amiga

7 rebuçados
Sobram 72



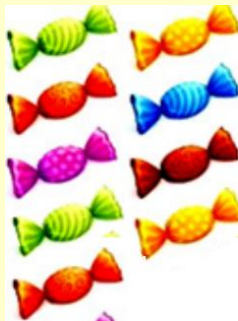
8ª Amiga

8 rebuçados
Sobram 64



9ª Amiga

9 rebuçados
Sobram 55



10ª Amiga

10 rebuçados
Sobram 45



11ª Amiga

11 rebuçados
Sobram 34



12ª Amiga

12 rebuçados
Sobram 22



Eu comecei por dar poucos rebuçados (indo do menor para o maior) a cada uma das amigas, pois quantos menos der a cada uma, mais amigas irei ter para distribuir.

Na 13ª Amiga eu não segui a sequência pois se seguisse iriam sobrar nove rebuçados e como não se pode repetir tive de dar todos à 13ª Amiga.

R.: O maior número de amigas a quem ele pode dar rebuçados é 13.